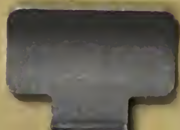
SUL MULINELLO DI WOLTMANN E SUL MODO DI TARARLO CON ALCUNE PARTICOLARI...

Francesco Milone







SUL

MULINELLO DI WOLTMANN

E SUL MODO DI TARARLO

CON ALCUNE PARTICOLARI ESPERIENZE

PER

FRANCESCO MILONE



SUL

MULINELLO DI WOLTMANN

E SUL MODO DI TARARLO

CON ALCUNE PARTICOLARI ESPERIENZE

DISSERTAZIONE

DI

FRANCESCO MILONE

già laureato in matematiche pure

scritta per ottenere la laurea d' Ingegnere







NAPOLI
STABILIMENTO TIPOGRAFICO DEI FRATELLI DE ANGELIS
Via Pellegrini 4, e Portamedina 44
1870

AI MIEI GENITORI

RAIMONDO E CONCETTA

Dedico a voi questo mio primo lavoruccio, sì perchè tutto quello che ho lo debbo a voi; sì perchè niun altro mai saprebbe usarmi quell'indulgenza che da voi posso aspettare, e che io domanderei di cuore a tutti. Se vi compiacerete di questo dono, comechè tenuissimo, riguardandolo niente altro che come un pegno della mia riconoscenza verso di voi, io avrò da essere oltremodo contento della fatica che mi fosse dovuto costare.

E vi bacio rispettosamente la mano

Napoli 15 Settembre 1870

Il vostro affezionatissimo figlio
FRANCESCO

PROEMIO

Nell' atto di chieder la laurea d' Ingegnere bisognandomi far una dissertazione di simil genere scelgo di parlare sul Reometro o Mulinello di Woltmann. E che altro avrei potuto mettervi del mio se non lo studio per compilarla, e quei migliori segni che io sapeva, in testimonio di averci comunque lavorato attorno con alcuna intelligenza e buona volontà? Questo dunque e nient' altro ho avuto in animo scrivendola e dandola alle stampe.

La misura della velocità delle acque correnti è uno di quei gravi soggetti, di cui s'occuparono in ogni tempo Idraulici e Matematici di grido. Molti strumenti escogitati secondo diversi principi, e con delle forme più o meno differenti, a questo scopo si congegnarono; ognuno ebbe per qualche tempo, come avviene di tutte le cose nuove, il suo favore e la sua voga; che però fu assai breve per alcuni. E ponno dividersi in due classi; nella prima comprendendosi i Galleggianti, e nella seconda i Tachimetri Fissi che servono in

particolare per rilevar la velocità in alcuni punti d'una sezione determinata. Or fra questi ultimi lo strumento più accreditato, e nel quale pare che s'abbia a riporre maggior fiducia, è quello di Woltmann, di cui mi son proposto quì di trattare. E come assistendo io quest'anno alle lezioni d'Idraulica dettate dal chiar. Professore Brioschi nell' Istituto Tecnico di Milano, ebbi occasione di vedere alcune sperienze istituite per tarare un di tai Reometri, e rilevar con esso la velocità d'una corrente; così mi cade a proposito di descriverle ed esaminarle, parendomi che il lavoro acquisti un certo che di pratica utilità. Sicchè ne farò due parti; delle quali la prima risponda in certa guisa alla teorica e la seconda alla pratica.



PARTE PRIMA

DESCRIZIONE E TEORICA DEL MULINELLO

Un albero orizzontale AB (fig. 1) che può girare su due sostegni, porta alcuni bracciuoli, fornito ciascuno d'un'ala o paletta piana D, che s'inclina alquanto alla direzione dell'asse: se immergasi questo apparecchio nell'acqua, coll'asse parallelo al corso del fiume, le palette percosse obbliquamente dalla corrente girano e fan girare l'albero; che poi mediante una vite perpetua trasmette il suo movimento a due ruote dentate, sulle quali contansi i giri compiuti dall'albero. Come questo si faccia, e come poi dal numero di giri del mulinello dedur si possa la velocità dell'acqua in quello strato che investe le palette, verrò man mano esponendo. Prima però mi convien fare un cenno degli organi principali dello strumento.

Le ali sono piastrine rettangolari di piccole dimensioni; d'ordinario sono due, talvolta anche quattro. I bracciuoli sono di sezion circolare, lunghi poco men d'un decimetro. L'albero è lavorato per breve tratto a vite perpetua che ingranando con una ruota C la mette in movimento; di modo che ad ogni giro dell'albero è spinto avanti un dente della ruota. Ma come durante un'esperienza potrebbero le ali fare più giri che non sono i denti della ruota C, così un rocchetto R posto sull'asse di questa ne ingrana un'altra C' il più delle volte di diametro eguale a quello della C. Per modo che mentre la prima compie un intero giro, la seconda ne fa solo una certa frazione conforme al variare del rapporto fra i raggi del rocchetto e delle ruote. E siccome è indispensabile, il che chiaro s'intende, che si comincino a contare i giri dell'albero, che

vuol dire, la rotella C venga in contatto della vite, solo quando l'apparecchio sia a posto e l'osservatore trovisi pronto per misurare il tempo; così l'asse ST che porta le ruote è mobile a cerniera attorno il punto S del telaio, dove è premuto da una molla che a stato ordinario tien le ruote discoste dalla vite, e all'altro capo è attaccata una funicella F che emerge fuori dell'acqua; affinchè col tirare la funicella o col rallentarla si possa a piacere avvicinar la ruota alla vite ovvero staccarnela.

I denti sono segnati col loro numero di dieci in dieci o di cinque in cinque; e le letture si fanno per mezzo di due indici Q, Q' fissi sul telaio che sostiene tutto l'apparecchio. Ogni volta prima d'immergere il Reometro nell'acqua uopo è fare che gli zeri delle graduazioni si trovino in corrispondenza degli indici; onde poi, finita l'esperienza, i numeri segnati dagli indici faran rilevare i giri compiuti dal mulinello.

Fig. 1.

Quanto al modo di calcolare i giri secondo i dati degli indici bisogna prender regola dalle condizioni particolari di ciascun istrumento, perciocchè il rapporto fra i raggi delle ruote e del rocchetto varia da un reometro all'altro. In quello, a mò d'esempio, dell'Istituto Superiore di Milano le rotelle han pari diametro; ciascuna ha cinquanta denti e il rocchetto solo dieci: così mentre la ruota C compie un intero giro, la seconda ne fa solo una quinta parte. Or ecco come si fa a contare i giri fatti da quel Mulinello. Suppongo che dopo un'esperienza l'indice della prima ruota segni 18 e 43 quello della seconda: per ciò che ho detto innanzi dovrassi moltiplicare 43 per 5, e al prodotto che ne risulta aggiungere il resto della divisione di 18 per 5; giacchè, come è chiaro, dei giri segnati da questa ruota 15 trovansi già rappresentati a cinque a cinque tra le unità del numero indicato sul-

l' altra ruota. Adunque durante l' esperienza qui supposta le palette avrebbero fatto 218 giri. Poniamo un altro caso; che l'indice della prima ruota segni 30 e 22 quella della seconda ; i giri compiuti sono in tutto 110 : ogni volta cioè che io sulla prima ruota leggo un numero esattamente multiplo di 5, nessun conto mi convien tenere di questo numero nel calcolare i giri.

Il Mulinello è fermato mediante una vite di pressione V ad una lunga spranga o asta di ferro HK che termina in punta per poter bene conficcarsi nel fondo. E, come fa mestieri tentare la velocità del fiume a vari gradi d'immersione, l' asta medesima è graduata in millimetri , sicchè si possa ogni volta fermare l' istrumento a quell'altezza dal fondo che meglio piace.

Passo ora a cercare la relazione per la quale dal numero di giri, calcolati come sopra, dedur si possa la velocità propria di quello strato d'acqua dove il Mulinello si tenne immerso.

Trattandosi di scoprire la necessaria espressione dell' urto dell'acqua sulle palette io per maggiore semplicità non ne considero che una sola; essendo poi facile tener conto delle rimanenti, percosse tutte nello stesso tempo e nello stesso modo.

Rappresenti AB (fig. 2) la direzione dell' ala che s' inclini alquanto a quella XY della corrente. Chiamo α questo angolo ; V la velocità del fluido che investe l'ala in un punto qualsivoglia, ed U quella con cui tal punto s' aggira intorno l'asse.

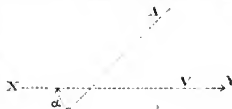


Fig. 2.

Egli è chiaro che l'acqua va a percuotere normalmente il piano dell' ala colla velocità $V\text{sen}\,\alpha$, essendo questa la componente di V normale al piano medesimo. Ma intanto questo piano si scosta colla velocità U e con direzione normale ad XY, che fa un angolo $(90°-\alpha)$ col piano dell'ala. Dunque l'ala fugge colla velocità $U\cos\alpha$ davanti all' acqua che l' investe colla velocità $V\text{sen}\,\alpha$; e però la differenza

$$V\text{sen}\,\alpha - U\cos\alpha$$

rappresenta la velocità relativa di quel punto che si considera.

Or l' esperienze più generalmente constatano che l' intensità dell' urto d' una corrente d' acqua su d' un corpo che in essa si muova sia proporzionale al quadrato della velocità relativa, ed all' area della sua massima sezione fatta perpendicolarmente alla direzione della corrente.

Se dunque con f s' indichi un coefficiente numerico, sarà l' intensità dell'urto esercitato dall'acqua perpendicolarmente alla paletta in quel punto,

$$f(V\operatorname{sen}\alpha - U\cos\alpha)^2,$$

ovvero

(1) $$f(V\operatorname{sen}\alpha - \omega\rho\cos\alpha)^2,$$

chiamando ρ la distanza di quel punto dall'asse di rotazione ed ω la velocità angolare. Se ne ottiene poi il momento rispetto all'asse di rotazione moltiplicando la (1) per $\rho\cos\alpha$, giacchè l' urto è perpendicolare al piano dell'ala; dunque il prodotto

(2) $$f(V\operatorname{sen}\alpha - \omega\rho\cos\alpha)^2\rho\cos\alpha$$

esprime il momento dell' intensità dell' urto per un punto solo dell' ala. Che se poi l dinoti la larghezza dell' ala, h la sua lunghezza ed r la distanza del suo centro dall'asse di rotazione, la (2) moltiplicata per $ld\rho$ ed integrata poi rispetto a ρ fra i limiti $\left(r+\frac{1}{2}h\right)$ ed $\left(r-\frac{1}{2}h\right)$ darà il momento dell'urto per tutta un'ala. Chiamando M questo momento, risulta

$$M = fl\cos\alpha\int_{r-\frac{1}{2}h}^{r+\frac{1}{2}h}(V\operatorname{sen}\alpha - \omega\rho\cos\alpha)^2\rho d\rho =$$

$$= flhr\cos\alpha\left[(V\operatorname{sen}\alpha - v\cos\alpha)^2 + \frac{1}{12}\frac{h^2v}{r^2}(3v\cos\alpha - 2V\operatorname{sen}\alpha)\cos\alpha\right]$$

avendo posto la velocità ωr del centro dell'ala eguale a v.

Osservo ora che le palette, qualunque ne sia il numero, tro-

vansi tutte nelle medesime condizioni ; non si ha dunque che prendere l' M tante volte quante son le palette affin d'avere i momenti dell'urto su tutte.

Se non che le palette e i bracciuoli nei loro rivolgimenti trovano un contrasto col moto della corrente che va a percuoterle ; e oltre a ciò le ruote dentate e la vite e i perni sviluppano degli attriti quantunque abbiano dimensioni assai piccole. Di guisa che se vuolsi la vera relazione che dinoti il muoversi equabile del Mulinello finchè resta immerso nell' acqua , fa mestieri di esprimere , come ognun vede , dopo trovati i momenti delle singole resistenze, che il momento della forza motrice eguagli la somma dei momenti delle resistenze. È appunto questa equazione di condizione che assegna il rapporto fra la velocità e il numero dei giri come vedrassi tra poco.

Passo ora a calcolarmi tali resistenze e prima quella delle ali.

Siccome quì non si tratta dell' urto del fluido a un solido , ma della resistenza che incontra un solido nel muoversi entro la massa fluida, così io introduco un nuovo coefficiente f_1. Posto ciò osservo che per quel solo punto considerato innanzi dell'ala l'urto contro alla corrente è $f_1 U^2$ ovvero $f_1\omega^2\rho^2$, ed $f_1\omega^2\rho^2\cos\alpha$ è il suo momento. Se ora questa quantità si moltiplichi per $ld\rho$ e s'integri fra i limiti dati sopra, s'avrà il momento, che chiamo N, della resistenza del fluido al movimento di tutta un'ala, cioè

$$N=f_1 l\omega^2\cos\alpha\int_{r-\frac{1}{2}h}^{r+\frac{1}{2}h}\rho^3 d\rho=f_1 hlrv^2\cos\alpha\left(1+\frac{1}{r^2}\frac{h^2}{4}\right).$$

Anche dei bracciuoli è necessario tener conto , come ho detto, nel calcolo delle resistenze . La loro sezione è circolare ; se dunque ne indichi d il diametro $f_2 d\omega^2\rho'^2 d\rho'$ esprimerà l' urto per un elemento infinitesimo $dd\rho'$ alla distanza ρ' dall' asse; notando che metto un altro coefficiente perciocchè l' urto varia anche colla forma del corpo. Il momento dell' urto per quell' elemento sarà $f_2 d\omega^2\rho'^3 d\rho'$ e per tutto un bracciuolo , chiamandone c la lunghezza, risulta

$$P=f_2 d\omega^2\int_0^c \rho'^3 d\rho'=\frac{1}{4}f_2 dv^2\frac{c^4}{r^2}.$$

Le altre resistenze poi, come delle ruote dentate, della vite, dei perni dipendono affatto dalla costruzione, e però variano sensibilmente dall'un Reometro all'altro. Invero potrebbersi calcolare tutte; ma difficile e poco precisa ne sarebbe la determinazione. Egli è appunto perciò che si preferisce di rappresentarle tutte sommariamente con un certo simbolo particolare Q, e di lasciar poi che se ne determini il valore mediante un buon numero di esperienze fatte sull'istrumento stesso: onde moltiplicato Q per r (distanza dell'asse di rotazione dal centro dell'ala) si avrà il momento di tutte le resistenze che provvengono dalla costruzione.

Ottenuti così i momenti delle varie forze agenti sul sistema rimane da esprimere la condizione che il Mulinello roti equabilmente finchè dura l' esperienza. Il momento della forza motrice, come ho già detto, eguagliar deve la somma dei momenti delle resistenze; cioè dev' essere, se si divida tutto per r,

$$\text{(I)}\quad mfa\cos\alpha\left[(V\,\text{sen}\,\alpha - v\cos\alpha)^2 + \frac{1}{12}\frac{vh^2}{r^2}(3v\cos\alpha - 2V\,\text{sen}\,\alpha)\cos\alpha\right]$$
$$= mf_1av^2\cos\alpha\left(1+\frac{1}{4}\frac{h^2}{r^2}\right) + \frac{1}{4}mf_2dv^2\frac{c^4}{r^3} + Q.$$

supponendo che le palette siano m e sia $a=lh$.

Ecco la relazione che passa fra la velocità V della corrente e quella v del centro dell' ala. Ma questa velocità v, cioè lo spazio percorso in 1'' dal centro dell'ala, è quanto la periferia $2\pi r$ moltiplicata pel numero dei giri che l'ala compie nel medesimo tempo. Se dunque si chiami n questo numero risulterà $v=2\pi rn$. Sostituisco ora per v tal valore nella (I) e risolvendola rispetto a V, che v' entra al secondo grado, ottengo

$$V = 2\pi rn\cot\alpha\left(1+\frac{1}{12}\frac{h^2}{r^2}\right)$$
$$\text{(II)}\quad +\sqrt{\left[\frac{f_1}{f}\frac{4\pi^2r^2n^2}{\text{sen}^2\alpha}\left(1+\frac{1}{4}\frac{h^2}{r^2}\right) + \frac{f_2}{f}\frac{dc^4}{a\cos\alpha\,\text{sen}^2\alpha}\frac{\pi^2n^2}{r}\right.}$$
$$\left. -\frac{1}{3}\pi^2n^2h^2\cot^2\alpha\left(1-\frac{1}{12}\frac{h^2}{r^2}\right) + \frac{Q}{mfa\cos\alpha\,\text{sen}^2\alpha}\right].$$

Le palette d'ordinario s'inclinano di 45° all'asse; e però la formola precedente riducesi all'altra

$$V=2\pi rn\left(1+\frac{1}{12}\frac{h^2}{r^2}\right)$$

$$\text{III}\qquad +\sqrt{\left[8\pi^2r^2n^2\frac{f_1}{f}\left(1+\frac{1}{4}\frac{h^2}{r^2}\right)+2\sqrt{2}\frac{f_2}{f}\frac{dc^4}{a}\frac{\pi^2n^2}{r}\right.}$$
$$\left.-\frac{1}{3}\pi^2n^2h^2\left(1-\frac{1}{12}\frac{h^2}{r^2}\right)+2\sqrt{2}\frac{Q}{mfa}\right]$$

Delle quantità che entrano in questa relazione altre dipendono dalle dimensioni dello strumento, come a, c, d, h, r, e queste si pigliano materialmente sul Reometro istesso; altre dipendono dalle proprietà della costruzione e non ponno determinarsi che per via di esperienze. Guardando però alla forma dell'equazione si scorge che la V è data da un termine in cui entra l'n al primo grado; più la radice quadrata d'un polinomio di cui l'ultimo termine contiene quel tale simbolo Q e tutti gli altri sono moltiplicati per n^2. Se adunque si rappresentino con α, β, γ tre coefficienti numerici, quella relazione potrà scriversi compendiatamente così

$$\text{(IV)}\qquad V=\alpha n+\sqrt{\beta n^2+\gamma}.$$

Vero è che per calcolare i coefficienti α e β non dovrebbesi far altro che sostituire nella formola generale di V le dimensioni proprie dello strumento che si ha; e così appunto fece il Baumgarten: solo il γ avrebbesi a determinare sperimentalmente. Se non che la formola (IV), comunque semplice per sè medesima ben può dirsi complicata per gli usi della pratica che in tutto richiede commodo e brevità. Egli è appunto per questo che dagl'Idraulici tentasi di sostituire a questa formola rigorosa un' altra che mentre sia più semplice raggiunga una grande approssimazione.

A tal fine osservasi che la V è una funzione di n del primo grado ed ha un termine costante. Pare adunque probabile che la si possa ridurre alla forma

$$\text{(V)}\qquad V=An+B,$$

determinandone i coefficienti A, B col *metodo dei minimi quadrati*, come il migliore che tener si possa nelle ricerche idrauliche di tal fatta.

Ecco in che modo si ragiona: suppongo già noti tai coefficienti, che diconsi *coefficienti di taramento*, e faccio un'osservazione in una corrente di cui si conosca esattamente la velocità. Ne verrà un certo valore per n che posto nel secondo membro della (V) gli farà acquistare un valore $\varphi(n)$. Ora se la formola (V) fosse esatta dovrebbe tal valore $\varphi(n)$ riescire identico a quello di V ch'io già conosceva; ma come quella è una formola approssimata, la differenza $V-\varphi(n)$ non sarà mai eguale a zero, bensì avrà un valore più o meno piccolo che rappresenterà l'errore commesso per aver preso la (V) in luogo della (IV). Indico con e tale errore e lo elevo a quadrato; così ottengo

$$e^2=(V-An-B)^2.$$

Variando più volte l'esperienza commetto ogni volta un errore a calcolar la velocità con quella formola: di ciascun errore faccio il quadrato e poi addizionandoli tutti mi viene

$$\Sigma e^2=\Sigma(V-An-B)^2.$$

Per applicare ora la regola *dei minimi quadrati* debbo esprimere che i coefficienti A e B sono tali da render minima questa somma la quale è appunto una funzione di essi e tutto il resto è numerico. Ma è noto che rendon minima una funzione quei valori appunto che ne annullano le derivate prime; dovranno quindi i coefficienti A e B soddisfare alle due equazioni di condizione

$$\Sigma(An+B-V)n=0.$$

$$\Sigma(An+B-V)=0\ ;$$

o, sviluppando, nel caso di m osservazioni,

$$A\Sigma n^2+B\Sigma n=\Sigma Vn\ ,$$

$$A\Sigma n+mB=\Sigma V.$$

Dalle quali ricavasi

$$A=\frac{m\Sigma Vn-\Sigma n\Sigma v}{m\Sigma n^2-(\Sigma n)^2}\ .$$

$$B=\frac{\Sigma n^2\Sigma V-\Sigma n\Sigma Vn}{m\Sigma n^2-(\Sigma n)^2}\ .$$

Da queste formole generali trarransi in ogni caso i valori di A e B col sostituirvi per le somme indicate e per m i valori che a lor corrispondono.

Quando ciò siasi fatto niente più vi bisogna onde l'istrumento sia tarato, e si può con esso rilevare la velocità delle acque correnti. Perciocchè tenendolo immerso per alcuni secondi in un determinato punto della sezione d' un fiume, le ali faranno N giri come si leggerà sulle ruote: si dividerà poi questo numero N per quello dei secondi trascorsi durante l'esperienza, e il quoziente sarà l'n della formola (V), che non avendo altro d'incognito, farà conoscere la velocità propria di quello strato.

Da ciò si comprende che per tarare un istrumento di tal fatta è necessario che con una serie di ben ordinati esperimenti si cerchi di sapere qual numero di giri faccia l'istrumento medesimo per le diverse velocità del fluido che lo investe.

Or due mezzi v'ha per istituire tali sperienze; o, postolo in acqua stagnante per modo che tutto vi resti immerso, lo si trascina per un tratto ben misurato e con data velocità ; o lo si tiene affondato in un fiume che corra con moto uniforme e con una velocità ottenuta già innanzi con esattezza. Dei quali due metodi il secondo sarebbe senza dubbio da preferire, se men difficile riescisse trovar con sicurezza la velocità delle acque correnti.

PARTE SECONDA

DOVE SI NARRA DI ALCUNI ESPERIMENTI FATTI COL MULINELLO.

Dopo aver io descritto la forma e la teoria e l'uso accurato del Mulinello; desidero poter accennare talune esperienze ch'io, come ho detto superiormente, ne ho vedute a Milano, trovandomi fra gli alunni di quell'insigne Istituto sotto la direzione del ch. prof. Brioschi.

Si volea tenere per tarar il Reometro quel dei due metodi, il quale dianzi ho detto esser il più ordinario, cioè dell'acqua stagnante: e perciò veniva scelto per far l'esperienza il così detto Bagno di Diana.

È questa una vasca di forma rettangolare lunga ottantacinque metri, larga ventiquattro, profonda poco men di due: ed ha due bocche praticate verso i due capi nella sponda orientale, per le quali essa communica con una roggia a brevissima distanza, ricevendo dall'una parte l'acqua da riempirsi, e dall'altra, quando s'ha da votare, mandandola fuori. Quest'acqua deriva dal Naviglio della Martesana, e prende origine dal fiume Adda: e serve per la bagnatura principalmente; come anche pel sicuro esercizio de'nuotatori.

Il mulinello che fu adoperato non portava che due sole palette con una inclinazione di 45° all'asse: quanto al suo meccanismo per contar i giri io ne ho parlato di sopra.

Comincio da quel che si fece per tarar l'istrumento. Aggiustato il Reometro su d'una barchetta a sè, questa veniva man mano caricata, e fatta entrar nell'acqua insinoacchè pur l'istrumento vi rimanesse bene immerso: allora le si fece percorrere un tronco

della vasca lungo 54 metri; e intanto con un orologio a secondi misurossi il tempo del tragitto che fu di 56". Tratto poi l'istrumento fuori dell'acqua si osservò che all'indice della prima ruota corrispondeva il dente segnato col numero 33, e quello segnato 34 all'indice dell'altra. Dunque cammin facendo il Mulinello avea compiuti 173 giri. Gli si fece poi ripetere lo stesso cammino e con velocità per quanto poteasi eguale alla prima ma in senso inverso; nel che scorsero 60" e le palette compirono 166 giri.

Or niuno v'è che ignori come inevitabili siano gli errori nelle osservazioni, massime quando non è facile mantenere la perfetta eguaglianza fra i dati e le condizioni della prima colla seconda esperienza; e non è poi tanto improbabile che anche una qualche corrente nell'acqua non perfettamente stagnante o qualsivoglia altra causa accidentale avesse potuto influire sull'istrumento. Egli è appunto per queste ragioni che affin di tenersi più prossimi al vero, delle due esperienze si fa quasi una sola; che vuol dire, dei tempi trascorsi ciascuna volta e dei numeri di giri indicati si prendon le medie; e la media dei giri ritiensi come il vero numero dei giri fatti dal Mulinello nella sua traversata; e similmente la media dei tempi si ha come il tempo effettivamente impiegato nella traversata medesima. Così per le due esperienze citate risulta in media $N=169$ e $t=58''$; ed io allora con maggior fiducia ritengo che il Reometro percorse i 54 metri in 58" e fece 169 giri.

Siccome più altre esperienze furon fatte dopo quelle due prime, così di queste altre ancora ho cercato le medie e ne ho presentato i risultamenti nella Tabella I dove pur sono indicati i particolari di ciascun' esperienza; di che parlerò meglio appresso.

Ma prima piacemi dar un cenno del metodo che più giova tener sopra luogo a chi voglia far di simili esperimenti.— Bisogna aver cura innanzi tratto di formarsi una tabella con cinque colonne; nella prima scrivere il numero d' ordine dell' esperienze; nella seconda il cammino fatto ogni volta dallo strumento e nella terza il tempo della durata: notare nella quarta colonna poi e nella quinta i numeri dei denti segnati dalla prima ruota e dalla seconda così proprio come si leggono.

Da questi numeri segnati sul luogo istesso dell'osservazione si dedurrà secondo le regole poste innanzi i valori di N per ciascuna

esperienza. E giacchè deono servir maggiormente l' esperienze che io chiamerei simmetriche, quando cioè si fa e si rifà in senso contrario l'istesso cammino colla medesima velocità; è chiaro che di questi valori di N convien tenere un conto a parte prendendone la media. Altrettanto bisogna fare pe' tempi corrispondenti: e così dividendo la media dei giri per quella dei tempi si otterrà la n. Si formerà quindi per avere gli ultimi risultamenti una seconda tabella analoga alla I che mi son formata io per l'esperienze istituite dagli alunni dell'Istituto Tecnico.

Vedonsi notate in questa diciannove esperienze ; e come ciascuna è la media di due, in tutto sono trentotto. Nella prima colonna stanno i numeri che distinguono le sperienze; nella seconda leggesi il cammino S fatto dal Reometro in ciascheduna e nella terza il tempo t che v'impiega: i valori di N sono notati nella quarta colonna e quelli di n nella susseguente. Or se io divido S per t pei singoli casi, troverò le singole velocità del Mulinello sperimentalmente, le quali son quì descritte nella sesta colonna.

Come poi siansi calcolati i valori di V che stan segnati nell'ultima colonna eccomi a dichiararlo. Innanzi ho mostrato come la formola

$$V=An+B$$

possa ritenersi adatta a rappresentare in generale la relazione che passa fra V ed n. I coefficienti A e B ho detto doversi determinare col *metodo dei minimi quadrati* e non ho omesso di dare i loro valori generali. Non mi resta dunque che sostituire in quelle formole per le varie quantità i valori che lor convengono nel caso in esame. Ma è

$$\Sigma n = 43,8470\ ;\ \Sigma V = 15,4444\ :$$

$$\Sigma n^2 = 104,7805\ ;\ \Sigma Vn = 36,9135 :$$

ed inoltre $m=19$. Sicchè sostituendo risulta dopo fatte le riduzioni

$$A = \frac{24,1659}{68,2701} = 0,35397;$$

$$B = -\frac{0,2743}{68,2701} = -0,00402$$

La formola dunque che rappresentar dovrebbe l'esperienze fatte e colla condizione che i quadrati degli errori risultino minimi è

$$V = 0,35397n - 0,00402.$$

Mettendo ora in questa successivamente per n i valori segnati nella quinta colonna si dedurranno altrettanti valori per V che ho poi segnati nella colonna ultima.

Tal formola però, come feci notare innanzi, non è applicabile che a quel dato Mulinello e non dopo molto tempo da che è stato tarato.

Ma resta ancora ch' io parli del modo di far uso del Mulinello per rilevare la velocità d'una data corrente; e senza attendere ai generali entro immantinenti a considerare l'esperienze fatte dagli alunni dell'Istituto di Milano sopra quella roggia che scorre a fianco alla sopraddetta vasca.

La massa d'un fiume si muove nei vari suoi strati con velocità diverse, quando la si consideri come divisa in molti strati d'acqua eguali e soprapposti l'uno all'altro. Dai più famosi Idraulici, e prima di tutti dal Galileo, si questionò grandemente sulla scala delle velocità in una massa fluida corrente, ma per quanti tentativi siensi fatti sinora sopra i fiumi, nulla v'ha di ben determinato. Sol pare abbastanza comprovato dall' esperienze che dalla superficie fino ad un certo punto vada sempre crescendo la velocità degli strati, ma da quel punto in giù sino al fondo la velocità vada diminuendo per gradi, che con approssimarsi al fondo crescono di differenza. Sul fondo è minima senza dubbio giacchè chi può negare che l' acqua non incontri sul fondo, oltre all'attrito, che sempre vi debb'essere, mille resistenze ed ostacoli più o meno accidentali, e quindi non soffra per l' una cagione o per l'altra un ritardo più o meno grave? Ora ciò non può fare a meno di non ritardare a grado a grado anche gli strati superiori a cagion dell' aderenza che v' è fra le parti del fluido. E per le stesse ragioni anche nel senso orizzontale d' una sezione la velocità va crescendo dalle sponde verso il mezzo.

Di qui apparisce chiaro come affin di bene sperimentare col Reometro o con qualsivoglia altro strumento, occorra raccogliere la velocità del fiume a vari gradi d' immersione e a diverse di-

stanze delle sponde, per dedurne con sufficiente approssimazione la velocità media della corrente.

Or ecco in qual modo si condussero i nostri esperimenti. Dopo fermato il Mulinello in tal punto dell' asta che l' asse geometrico dell' albero AB venisse a restare all' altezza di $0^m,13$ sul fondo del canale, lo s' immerse nell' acqua in una certa sezione tenendo l' asta alla distanza di 1^m, 60 dalla sponda sinistra. Quando tutto fu all' ordine si portò la ruota C in contatto della vite perpetua e su di un orologio si contarono 75″: i quali scorsi appena, si staccò immediatamente il sistema d' ingranaggio dalla vite e si trasse fuori dell' acqua lo strumento. Così videsi che l' indice della prima ruota segnava 30 e 25 quello della seconda: e però se ne dedusse che le palette avean fatte 125 giri, che vuol dire 1,6666 per ogni secondo. Messo ora per n questo valore nella formola (V) si ottiene $V=0^m$, 58590 per la velocità dell' acqua nel punto ove si tenne immerso il Reometro.

Immergendolo poi a svariate altezze dal fondo e a differenti distanze dalle ripe venne a rilevarsi la velocità dell' acqua in più punti della sezione medesima. La tabella II indica tutti i particolari delle successive esperienze ; le velocità dei diversi punti, come vedesi, differiscono più o meno fra loro; e quelle che corrispondono alle parti più prossime alla superficie superano le altre come dovea avvenire.

Ma fra tutte qual sarà la velocità media? Più probabile è senza dubbio che la media aritmetica di tutte le osservazioni fatte in una sezione particolare, risulti ancora media fra le velocità dei diversi strati della massa fluida; almeno quando si è adoperato tutto lo studio per fare gli esperimenti in quei punti dai quali si può attendere la maggiore diversità. Quindi nel caso nostro ritengo essere la velocità media della detta corrente

$$V=0^m,\ 67558.$$

Vi sarebbe un altro metodo ancora, comunque inferiore per assegnar col Mulinello la velocità d'una corrente.

Infatti dando un' occhiata alla tabella II leggesi sulla nona colonna il titolo; *Valori di V calcolati colla tabella I*: or ecco che voglia intendersi con ciò. — Per l' esperienze raccolte nella tabella I

si han tanti valori di n, e per ciascuno il valor corrispondente di V dedotto sperimentalmente, dividendo cioè il cammino fatto dal Reometro pel tempo impiegato in percorrerlo. Se perciò si ammetta che le differenze fra le velocità sieno proporzionali approssimativamente alle differenze fra i numeri di giri compiuti dalle palette, anche per mezzo della sola tabella dedur potrebbonsi le velocità degli strati della massa fluida in corrispondenza dei giri. Di fatti sperimentando, a mò d'esempio, nel punto posto a $0^m, 14$ sul fondo e alla distanza di $0^m, 80$ dalla sponda si è ottenuto $n=2$; qual'è dunque il valore della velocità in tal punto? Guardo la tabella I e cerco fra i valori di n quello che più si ravvicini al 2; mi fermo ad $n=2,0372$ e veggo che vi corrisponde $V=0^m, 6956$. Allora pongo la proporzione

$$2,0372:2=0,6956:x,$$

e questa quarta proporzionale ritengo essere la velocità corrispondente a quel valore di n. Adunque nel punto considerato è $V=0^m, 68287$.

Se si operi a questo modo per tutti gli altri valori di n segnati nella tabella II si troveranno per V i valori notati nell'ultima colonna. Questo metodo per esser dipendente dall'ipotesi quì fatta è senza dubbio men rassicurante di quel che precede; talvolta nondimeno se ne fa uso specialmente quando la formola (V) dia risultamenti troppo lontani dai pratici. Nel caso mio ottengo per valore della velocità media

$$V=0^m, 669743,$$

e non credo difficile che s' avvicini alla realtà più che il valore trovato precedentemente e ciò per una considerazione che io fo appresso.

Giacchè negli esperimenti che sto qui a descrivere ed esaminare, oltre quello che ci eravamo prefissi di osservare col Mulinello di Woltmann, fu tentato ancora, quasi in conferma dei risultamenti ottenuti, l' altro metodo dei galleggianti. A questo effetto occorreva cercare per prima cosa il raggio medio di quel canale. Presone adunque un tronco ch' era lungo $36^m, 50$, ne

furon rilevate tre sezioni là dove tre ponticelli ne rendevano più agevole la misura. Nella prima sezione, e propriamente quella a monte, la larghezza fu trovata di $3^m, 39$; poi andando da una sponda all' altra per mezzo d' un' asta graduata furon rilevate le altezze dell' acqua a pari intervalli dalle ripe onde più prossima al vero ne riescisse la media. Così, partendo dalla sponda sinistra, proprio alla sponda l'altezza dell' acqua si rinvenne di $0^m, 19$; a mezzo metro di distanza $0^m, 30$; ad un metro $0^m, 34$ e così fermandosi ad ogni mezzo metro si rilevarono le altezze $0^m, 35$; $0^m, 33$; $0^m, 29$; $0^m, 24$; in ultimo alla sponda destra l'acqua era alta $0^m, 19$. Or di queste otto ordinate la media aritmetica che risulta eguale a $0^m, 2725$ ritiensi essere ancora l'altezza media dell' acqua in tal sezione. Indi si passò alla sezione di mezzo e quì operando in modo affatto simile al precedente trovossi esser largo il canale $3^m, 40$ e l'altezza media dell' acqua non superare $0^m, 2233$. Infine nella sezione a valle la larghezza è $3^m, 23$ e l'altezza media di $0^m, 235$.

Con questi elementi alla mano io posso dedurre con sufficiente approssimazione il raggio medio del tronco considerato. E di fatti se s' indichino con p_1, p_2, p_3, i perimetri bagnati di quelle tre sezioni e con S_1, S_2, S_3, le aree corrispondenti, avvertendo che il canale è di sezione rettangola, si ottiene

$$p_1=3^m,\ 9350\ ; \qquad p_2=3^m,\ 8466\ ; \qquad p_3=3^m,\ 700;$$
$$S_1=0^{m.q.}, 92377; \qquad S_2=0^{m.q.}, 75922; \qquad S_3=0^{m.q.}, 75905.$$

Allora è manifesto che la media aritmetica fra questi valori dei perimetri e delle aree assegna pel tronco in esame un perimetro ed un' area più prossimi al vero: sicchè pel raggio medio, che chiamo R, risulta

$$R=\frac{0,81401}{3,8272}=0,21269.$$

Or sa ognuno che gettando sull' acqua una sfera vuota di ottone o un pezzo di legno, in generale un corpo qualunque che stesse quasi tutto immerso nell' acqua per togliere l'effetto della resistenza dell' aria, va dopo qualche istante a porsi di per sè

stesso nel filone della corrente, giacchè non tutte le particelle che lo investono han la medesima velocità.

Tre volte fu gettato nella corrente un pezzo di legno un pò al di sopra della sezione a monte, acciocchè si trovasse già nel filone quando sarebbe venuta a passar per quest' ultima, e con un orologio a secondi si misurò il tempo impiegato ciascuna volta in far quel cammino. La media dei tempi delle tre volte risultò di 48″; d' onde si dedusse che la velocità delle parti prossime alla superficie fosse

$$V_s = \frac{36,50}{48} = 0^m,76041.$$

Ma poichè la velocità media della corrente e non la superficiale importa conoscere soprattutto, per ricavar l' una dall' altra è d' uopo far ricorso ad una di quelle formole che dagl' Idraulici vennero proposte a tale scopo. Or più acconcia fra tutte a rappresentar la relazione che passa fra le due velocità si ritiene essere quella empirica del Bazin, che vien sopra l'altre convalidata col suffragio autorevole dell' esperienza. Dessa è

$$\text{(VI)} \qquad V_s = V + 14\sqrt{RI},$$

nella quale V_s rappresenta la velocità superficiale e V la media; R indica il raggio medio del canale ed I la pendenza.

È noto ancora come il medesimo Bazin per tener conto delle resistenze che nei canali oppongono all' acqua le asprezze ed ineguaglianze del fondo, proponesse quattro formole di cui una è la forma, ma v'entrano due coefficienti numerici, che variano secondo la natura del letto e delle sponde. La forma comune a tutte è la seguente

$$RI = \left(a + \frac{b}{R}\right)V^2,$$

dove R, I e V hanno gli stessi significati che prima; ed a, b sono i due coefficienti variabili. Egli adunque suddivise i canali in quattro gruppi o categorie secondo la natura del letto e delle ripe, e per ciascuno assegnò il valore dei coefficienti.

Il canale su cui furono istituite l'esperienze che io quì riferisco ha in quel breve tronco le pareti rivestite parte di muratura in mattoni e parte di grosse tavole non piallate; il letto poi è coperto di ghiaia. Mi è parso quindi più conveniente prendere delle quattro formole di Bazin quella che riguarda i canali di muratura in mattoni e in pietra da taglio; cioè

$$\frac{RI}{V^2}=0,00019\left(1+\frac{0,07}{R}\right).$$

E quì sostituendo per R il valore trovato innanzi, dopo fatte le riduzioni ottengo

$$\frac{RI}{V^2}=0,000252.$$

Indi nella formola (VI) metto per $\sqrt{RI}$ il valore che si ricava da questa e ne traggo

$$V=0^{m},\ 62203,$$

introducendovi anche il valore della velocità superficiale dianzi determinata.

Mi son così ricavati per la velocità media di quella corrente sulla quale furono eseguite tutte l'esperienze di cui qui ragiono, tre valori che differiscono alquanto l'uno dall' altro. Or mi si potrebbe domandare: quale fra questi tre è il valore della velocità media effettiva? Più sicuro parmi di ritenere (come si fa sempre che da più osservazioni risultino differenti valori per una stessa grandezza) la media aritmetica fra quelle tre, siccome la velocità media effettiva. Sarebbe dunque

$$V=0^{m},\ 65578;$$

la quale se si moltiplichi per l' area media del canale che fu trovata di $0^{m.q.}$, 81401 darà per la portata media del canale medesimo, che chiamo P,

$$P=0^{m.c.},\ 533811.$$

TABELLA I.

Esperimenti per tarare il Reometro.

Numero delle esperienze	Valori di S	Valori di t	Valori di N	Valori di n	Valori sperimentali di $V=\frac{S}{t}$	Valori di V calcolati colla formola (V)
1	54ᵐ	58″	169	2,9137	0,9310	1,02735
2	56ᵐ	82″,5	170	2,0606	0,6787	0,72538
3	»	120″	170	1,4166	0,4666	0,49742
4	»	59″	161	2,7288	0,9491	0,96190
5	»	74″,5	164	2,2013	0,7516	0,77518
6	»	80″,5	164	2,0372	0,6956	0,71709
7	»	83″	162	1,9518	0,6747	0,68686
8	»	72″,5	164	2,2620	0,7724	0,79667
9	75ᵐ	101″	211	2,0891	0,7425	0,73546
10	56ᵐ	66″	137	2,0757	0,8484	0,73072
11	»	51″	136	2,6666	1,0979	0,93988
12	»	63″,5	156,5	2,4645	0,8818	0,86834
13	»	75″,5	156	2,0662	0,7417	0,72736
14	»	101″,5	157,5	1,5514	0,5517	0,54513
15	»	49″	157	3,2040	1,1428	1,13010
16	84ᵐ	97″	237,5	2,4484	0,8659	0,86265
17	»	93″	240	2,5806	0,9032	0,90944
18	»	102″	243	2,3823	0,8235	0,83925
19	31ᵐ	33″,5	92	2,7462	0,9253	0,96806

TABELLA II.

Esperimenti per rilevar la velocità della corrente.

Num. delle esperienze	Valori di t	Distanze delle verticali in cui si sperimenta dalla sponda sinistra	Altezze dell'acqua nelle verticali in cui si sperimenta	Altezze dell'asse del mulinello dal fondo	Valori di N	Valori di n	Valori di V calcolati colla formola (V)	Valori di V calcolati colla tabella I.
1	75″	$1^{m},60$	$0^{m},26$	$0^{m},13$	125	1,6666	0,58590	0,59253
2	»	»	»	$0^{m},18$	147	1,9600	0,68976	0,67740
3	»	»	»	$0^{m},215$	155	2,0666	0,72749	0,74177
4	»	»	$0^{m},19$	$0^{m},12$	146	1,9466	0,68501	0,67402
5	»	$0^{m},80$	$0^{m},22$	$0^{m},14$	150	2,0000	0,70392	0,68287
6	»	»	»	$0^{m},12$	141	1,8800	0,66144	0,64987


Stab. Tipogr. dei fr. de Angelis
1870
NAPOLI

